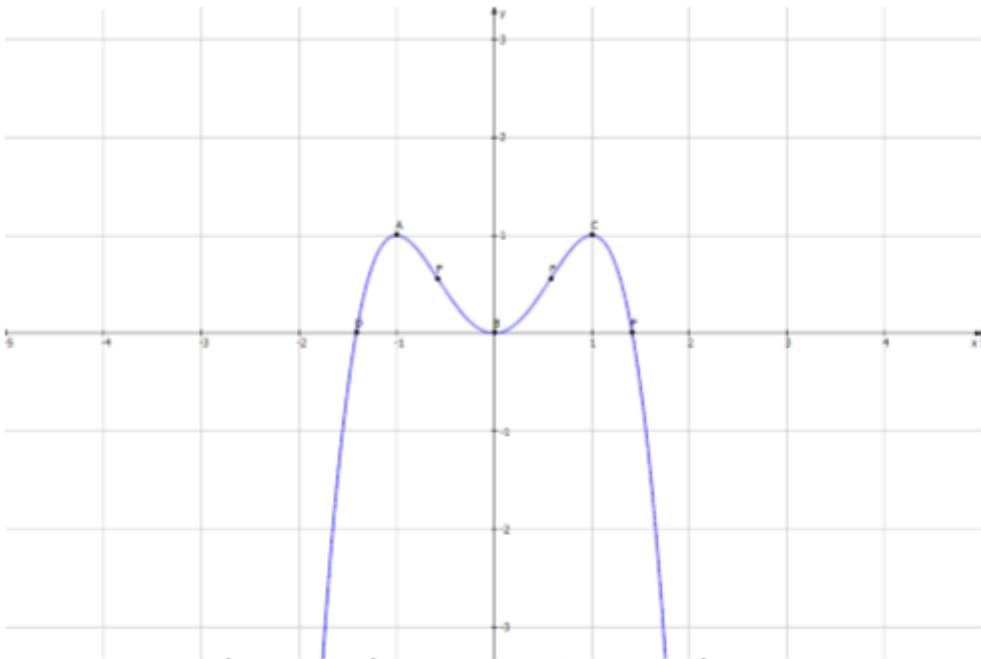
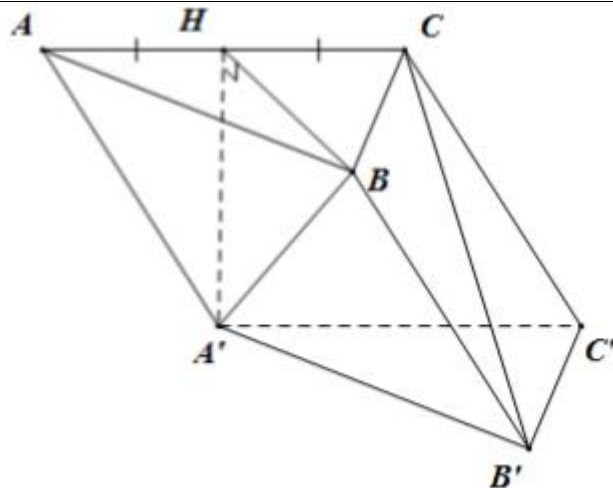


Môn Toán(baitap123.com)

Câu	Nội dung																						
Câu 1(1 điểm)	1.Cho số phức $z=1+2i$.Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$ 2. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$.Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$ 1) $z = 1 + 2i \rightarrow \bar{z} = 1 - 2i \rightarrow w = 2z + \bar{z} = 2 + 4i + 1 - 2i = 3 + 2i$ Vậy w có phần thực là 3, phần ảo là 2 $\log_2 x = \sqrt{2} \rightarrow A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x$ $= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$																						
Câu 2(1 điểm)	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ $y = -x^4 + 2x^2$ + TXĐ: D=R + Sự biến thiên $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4 + 2x^2) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^4 + 2x^2) = -\infty$ $y' = -4x^3 + 4x^2$ $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 = 0$ $\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -1 \text{ hoặc } x = 1$ + Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>- 0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr></table> Đồ thị hàm số đồng biến trên $(-\infty, -1), (0, 1)$ Đồ thị hàm số nghịch biến trên $(-1, 0), (1, +\infty)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1, y = 1$	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		+	0	- 0	+	0	-	y			1		1		
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																		
y'		+	0	- 0	+	0	-																
y			1		1																		

	Hàm số đạt cực đại tại $x=0,y=0$ + Đồ thị  Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
Câu 3(1 điểm)	Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị.Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó,tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$ + Xét hàm số: $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ Có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$.Để hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thì phương trình $f'(x)=0$ phải có hai nghiệm phân biệt hay có $\Delta' > 0$ Có $\Delta' = 3^2 - 3m = 9 - 3m; \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$ + Có x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình $3x^2 - 6x + m = 0$.Theo định lý Viète,ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$ Theo đề bài,ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - 2 \cdot \frac{m}{3} = 3 \Leftrightarrow 12 - 2m = 9 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn điều kiện $m < 3$,chọn) Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn đề bài
Câu 4 (1,0 đ)	Tính $I = \int_0^1 3x(x + \sqrt{x^2 + 16}) dx$ Có $I = \int_0^1 3x(x + \sqrt{x^2 + 16}) dx = \int_0^1 (3x^2 + 3x\sqrt{x^2 + 16}) dx = 3 \int_0^1 x^2 dx + \frac{3}{2} \int_0^1 (x^2 + 16)^{\frac{1}{2}} d(x^2 + 16)$

	$= 3\left(\frac{x^3}{3}\right)\bigg _0^3 + \frac{3}{2}\left(\frac{(x^2+16)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right)\bigg _0^3 = 27 + 61 = 88.$
Câu 5 (1,0 đ)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm A(3;2;-2) ,B(1;0;1) và C(2;-1;3).Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC.Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC. Ta có: $\overrightarrow{BC}(1; 1;2)$ véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là (1; -1; 2). Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc BC là: $x - 3 - (y - 2) + 2(z + 2) = 0$ hay $x - y + 2z + 3 = 0$ (P). Do BC vuông góc với (P) nên gọi H là giao điểm của BC và (P) thì AH sẽ vuông BC. Phương trình đường thẳng BC: $\frac{x - 1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 1}{2}$. Gọi H(t + 1; - t; 2t + 1) thì thay vào (P) ta có: $t + 1 + t + 2(2t + 1) + 3 = 0$ tức t = - 1. Vậy tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên BC là H(0; 1; -1).
Câu 6 (1,0 đ)	1. Giải phương trình : $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$ 2. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút ghi 1 số từ 0 đến 9, không có 2 nút nào ghi cùng số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo số thứ tự đã nhấn tạo thành 1 dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc trên nên nhấn ngẫu nhiên 3 nút khác nhau. Tính xác suất để B mở cửa phòng. a) $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow (2\sin x - 1)(\sin x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -4(L) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ b) Gọi không gian mẫu Ω là số cách nhấn ngẫu nhiên mà học sinh B có thể nhận. Số cách nhấn sẽ ngẫu nhiên chọn 3 trong 10 số từ 0 đến 9 và có kèm thứ tự nên $n_\Omega = A_{10}^3$ (cách). Gọi A là biến cố “ Học sinh B mở được khoá cửa phòng”. Ta có cặp 3 số có tổng bằng 10 thì có thể có các cặp sau (0; 1; 9); (0; 2; 8); (0; 3; 7); (0; 4 ; 6); (1; 2; 7); (1; 3; 6); (1; 4; 5); (2; 3; 5), có tất cả 8 cặp và chỉ có 1 cách duy nhất cho mỗi cặp do yêu cầu cần thứ tự tăng dần. Như vậy số phần tử thuận lợi cho A là 8. Vậy $P(A) = \frac{ n_A }{ n_\Omega } = \frac{8}{720} = \frac{1}{90}$.
Câu 7	Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, AC=2a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC, đường thẳng A'B tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và chứng minh A'B vuông góc với B'C.



Gọi H là trung điểm của AC thì A'H vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên góc giữa đường thẳng A'B và mặt phẳng (ABC) = 45° tam giác A'HB vuông tại H nên $HB = A'H = \frac{AC}{2} = a$ (Trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền). Do vậy:

$$V_{ABCA'B'C'} = a \cdot \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^3.$$

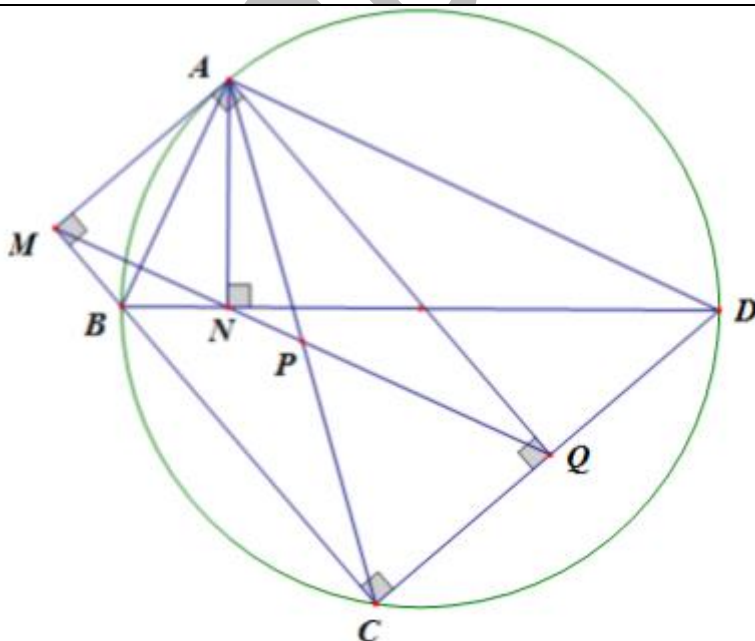
$\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{B'C} = (\overrightarrow{A'H} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{A'H} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{A'H} \cdot (\overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{HC}) + \overrightarrow{A'H}^2 + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{A'H} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$ (Vì $A'B' \parallel AB$). Ta có do $A'H \perp (ABC)$ và $A'H \perp (A'B'C')$ mặt khác tích vô hướng 2 vectơ vuông góc là 0 nên:

$$\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{A'H}^2 + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BA'} = a^2 + a\sqrt{a^2 + a^2} \cdot \cos(135^\circ) = 0.$$

Do vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 8
(1
điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, M (0;4), N (2;2) và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A và B.



$$\overrightarrow{MN} = (2; -2)$$

$$\text{Phương trình } x + y - 4 = 0$$

	Toạ độ P là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$ Q là hình chiếu của A lên C $\Rightarrow$ AMCQ là hình chữ nhật Ta chứng minh M, N, Q thẳng hàng $\widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 180^\circ \Rightarrow$ AMBN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ABM}$ (1) ABC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ADC}$ (2) $\widehat{AND} = \widehat{AQD} = 90^\circ \Rightarrow$ AMQD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{ANQ} = 180^\circ$ (3) Từ (1) (2) (3) $\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ANQ} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ MNQ thẳng hàng $\Rightarrow$ P là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật AMCQ $\Rightarrow$ P là trung điểm của MQ $\Rightarrow$ Q (5;1) $A \in AC \Rightarrow A(a; a - 1) (a < 2)$ $AP = PM = \frac{1}{2}MQ \Rightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} a - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \\ a - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow A(0; -1)$ $\overline{AM} = (0; 5) \Rightarrow$ phương trình (BC) $y = 4$ $\overline{AN} = (2; 3) \Rightarrow$ phương trình (BD) $2x + 3y - 10 = 0$ $\Rightarrow$ Toạ độ điểm của $\begin{cases} y = 4 \\ 2x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 4)$ Vậy $P = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right); A(0; -1); B(-1; 4)$
Câu 9 (1,0 đ)	Giải phương trình $3\log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) + 2\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) \cdot \log_3(9x^3) + \left(1 - \log_{\frac{1}{3}}x\right)^2 = 0$

	Đk: $0 < x \leq 2$ $\Leftrightarrow 3\log_3^2(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) - 2\log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})(2\log_3(3x) + \log_3^2(3x)) = 0$ $\Leftrightarrow (3\log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) - \log_3(3x)) \cdot (\log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) - \log_3(3x)) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3\log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) = \log_3(3x) & (1) \\ \log_3(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) = \log_3(3x) & (2) \end{cases}$ (2) $\Leftrightarrow \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} = 3x \Leftrightarrow 4 + 2\sqrt{4-x^2} = 9x^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(4-x^2) = (9x^2-4)^2 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{68}{81} \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{17}}{9} (tm)$ Từ (1) $\Leftrightarrow (\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})^3 = 3x$ Xét hàm số $f(x) = (\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})^3 - 3x, f'(x) = 3\left(\frac{1}{2\sqrt{2+x}} + \frac{1}{2\sqrt{2-x}}\right)(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})^2 - 3 < 0$ $\Rightarrow f(x) \geq f(3) = 2 \Rightarrow (1) \text{ vn}$ Vậy nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{2\sqrt{17}}{9} \right\}$
Câu 10 (1,0 đ)	Xét các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$ (*) 1) Tìm giá trị lớn nhất của $x+y$ 2) Tìm m để $3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) \leq m \forall x, y$ thỏa mãn (*) a) Điều kiện: $x \geq 2, y \geq -3$. Từ (*) ta có $(x+y+1)^2 = 4(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})^2 = 4(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3})$ Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \leq (x-2) + (y+3) = x+y+1$ Suy ra $(x+y+1)^2 \leq 4(x+y+1+x+y+1) = 8(x+y+1) \Rightarrow 0 \leq x+y+1 \leq 8 \Rightarrow -1 \leq x+y \leq 7$ (**) Ta thấy $x=6, y=1$ thỏa mãn điều kiện (*) và $x+y=7$. Vậy GTLN của $x+y$ là 7

b) Có $(x+y+1)^2 = 4(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}) \geq 4(x+y+1) \Rightarrow \begin{cases} x+y+1 \geq 4 \\ x+y+1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y \geq 3 \\ x+y \leq -1 \end{cases}$ Kết hợp với (**) ta có $\begin{cases} 3 \leq x+y \leq 7 \\ x+y = -1 \end{cases}$ Với $x+y = -1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}\sqrt{y+3} = 0 \\ x+y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$. Khi đó $P = 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) = -\frac{9746}{243}$ Với $x+y \in [3;7]$ đặt $x+y = t, t \in [3;7], 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t}$ Xét $f(t) = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t}$ với $t \in [3;7]$. $f'(t) = 3^{t-4} \cdot \ln 3 + 2^{7-t} - (t+1)2^{7-t}$ $f''(t) = 3^{t-4} \cdot \ln^2 3 - 2^{7-t} \cdot \ln 2 \cdot \ln 2 [2^{7-t} - (t+1)2^{7-t} \ln 2] = 3^{t-4} \cdot \ln^2 3 + [(t+1) \ln^2 2 - 2 \ln 2] 2^{7-t} > 0, \forall t \geq 3$ $f'(t)$ và $f'(t)$ liên tục trên $[3;7]$. Vì $f'(3) < 0, f'(7) > 0$ nên tồn tại $a \in (3;7)$ sao cho $f'(a) = 0$ Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $(3;a)$ và đồng biến trên $(a;7)$ Có $f(3) = \frac{193}{3}; f(7) = 35 \Rightarrow f(t) \leq f(3) = \frac{193}{3}, \forall t \in [3;7]$ (1) Ta chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$ với $x+y \geq 3$ và $x \geq 2$ Với $x \in [2;3] \Rightarrow y \geq 3-x \geq 0 \Rightarrow y^2 \geq 9-6x+x^2 \Rightarrow x^2+y^2 \geq 2x^2-6x+9 = 2(x-2)(x-1)+5 \geq 5, \forall x \geq 2$ Với $x > 3 \Rightarrow x^2+y^2 > 9$ Vậy $x^2+y^2 \geq 5$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) \leq \frac{148}{3}$, với mọi x, y thỏa mãn bài toán. Ta có $x = 2, y = 1$ thỏa mãn bài toán và $3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) = \frac{148}{3}$ Vậy GTLN của P là $\frac{148}{3}$.
--